

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Estructura de la prueba: la prueba se compone de dos opciones "A" y "B", cada una de las cuales **consta de cuatro o cinco preguntas** que, a su vez, comprenden varias cuestiones. Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.

Puntuación: la calificación máxima total será de 10 puntos, estando indicada en cada pregunta su puntuación parcial.

Tiempo: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1

- a) (1 punto) Hallar los valores del parámetro  $a$  para los que la siguiente matriz es invertible:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$$

- b) (2 puntos) Calcular la matriz inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  y resolver la siguiente ecuación matricial o, lo que es lo mismo, calcular los valores de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y  $u$  para los que es cierta la siguiente igualdad:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2

- a) (1 punto) Determinar si son secantes o no el plano  $\pi_1 \equiv x - y + 1 = 0$  y la recta  $r$  determinada por los puntos  $P(0, -1, 1)$  y  $Q(-1, -1, -1)$ .
- b) (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a la recta  $r$  del apartado anterior y al punto  $P(0, 1, 0)$ .
- c) (1 punto) Hallar la ecuación del plano paralelo a  $\pi_1 \equiv 2x + y + z - 2 = 0$  y que pasa por el punto  $P(0, 0, 1)$ .

Ejercicio 3

Dada la función  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definida por:

$$f(x) = \begin{cases} e^x - x & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2x^2 + 3}{2x^2 - 7x + 5} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- a. (1 punto) Estudia su continuidad.
- b. (1 punto) Calcula  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- c. (1 punto) Calcula  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .

Ejercicio 4

(1 punto) Hallar los valores de  $x$  para los que el siguiente determinante es igual a cero:

$$\begin{vmatrix} x^2 & x & 2 \\ -4 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \end{vmatrix}$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1

(2 puntos) Hallar las coordenadas del punto simétrico del punto  $(-2,2)$  respecto de la recta de ecuación  $x = y$ . Haz un dibujo y razona la respuesta.

Ejercicio 2

a) (1 punto) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  intersección de los planos

$$\pi_1 \equiv 2x + y - 1 = 0 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv -y + z = 0$$

b) (2 punto) Determinar la posición relativa (es decir, si se cortan en un punto, se cruzan, son paralelas o son coincidentes) de la recta  $s$  que pasa por los puntos  $P(1,1,0)$  y  $Q(0,1,1)$  y la recta  $r$  del apartado anterior.

Ejercicio 3

(1 punto) Calcular el valor del parámetro  $a$  para que sea continua la función  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definida por:

$$f(x) = \begin{cases} xe^x - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ 2a - x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Ejercicio 4

Calcular los siguientes límites:

a) (1 punto)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^2 - 1)^2 (x + 1)^2}{x^6 - 2}$       b) (1 punto)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 - 3x}{2x^2 - 5x + 9}$

Ejercicio 5

(2 puntos) Determinar si la siguiente matriz es invertible o no y, en caso afirmativo, calcular su matriz inversa:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y GUIÓN DE RESPUESTAS

### OPCIÓN A:

#### Ejercicio 1

a) **Solución:** Es invertible para  $a \neq 1$ .

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 0,5 puntos.

*Solución correcta:* 0,5 puntos.

b) **Solución:** La inversa es  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  y la solución es  $\begin{pmatrix} x & y \\ z & u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ .

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 1 punto.

*Solución correcta:* 1 punto.

#### Ejercicio 2

a) **Solución:** Son secantes en el punto  $(-2, -1, -3)$ .

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 0,5 puntos.

*Solución correcta:* 0,5 puntos.

b) **Solución:**  $\pi \equiv \begin{vmatrix} x & y-1 & z \\ -1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$ .

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 0.5 puntos.

*Solución correcta:* 0.5 puntos

c) **Solución:**  $\pi \equiv 2x + y + z - 1 = 0$ .

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 0.5 puntos.

*Solución correcta:* 0.5 puntos.

#### Ejercicio 3

a) **Solución:** La función no es continua en  $x = 0$ . Es continua en el resto de los puntos para los que está definida.

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 0,5 puntos.

*Solución correcta:* 0,5 puntos.

b) **Solución:**  $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} e^x - x = \infty$ .

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 0.5 puntos.

*Solución correcta:* 0.5 puntos.

c) **Solución:**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3}{2x^2 - 7x + 5} = 1$

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 0.5 puntos.

*Solución correcta:* 0.5 puntos

#### Ejercicio 4

**Solución:** El determinante es igual a cero para  $x = 0, x = 2$ .

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 0.5 puntos.

*Solución correcta:* 0.5 puntos.

## OPCIÓN B:

### Ejercicio 1

a) **Solución:**  $S = (2, -2)$ .

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 1 punto.

*Solución correcta:* 1 punto.

### Ejercicio 2

a) **Solución:**  $r \equiv x = t, y = -2t + 1; z = -2t + 1$ .

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 0,5 puntos.

*Solución correcta:* 0,5 puntos.

b) **Solución:** Las rectas se cortan en el punto  $P = (0, 1, 1)$ .

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 1 punto.

*Solución correcta:* 1 punto.

### Ejercicio 3

**Solución:** La función es continua para  $a = -\frac{1}{2}$ .

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 0.5 puntos.

*Solución correcta:* 0.5 puntos.

### Ejercicio 4

**Soluciones:**

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^2 - 1)^2 (x + 1)^2}{x^6 - 2} = 4 \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 - 3x}{2x^2 - 5x + 9} = 0.$$

*Planteamiento y razonamiento correctos de cada apartado:* 0.5 puntos.

*Solución correcta de cada apartado:* 0.5 puntos.

### Ejercicio 5

**Solución:** La matriz es invertible. Su matriz inversa es  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$

*Planteamiento y razonamiento correctos:* 1 punto.

*Solución correcta:* 1 punto.